No âmbito de uma colaboração acordada entre a Gazeta e o Atractor, este é um espaço da responsabilidade do Atractor, relacionado com conteúdos interactivos do seu *site* (*www.atractor.pt*). Quaisquer reacções ou sugestões serão bem-vindas para atractor@atractor.pt.

No Rasto da Tartaruga

"An algorithm must be seen to be believed."
Donald Knuth

A *geometria da tartaruga* tem sido bastante usada para ensinar conceitos de geometria. A ideia básica é construir objectos geométricos a partir de movimentos de um ponto (a tartaruga) que, ao deslocar-se, pode deixar ou não um rasto visível (usar ou não a caneta). Os movimentos e as decisões sobre deixar o rasto são expressos através de ordens, e uma sequência de ordens que inclua deixar um rasto cria um desenho, que vamos supor a duas dimensões.

Na versão mais simples, a tartaruga pode avançar ou recuar uma dada distância, tem uma orientação, podendo rodar sobre si própria de um ângulo dado, para a esquerda ou a direita, e tem associado o estado da caneta (a deixar ou não rasto).

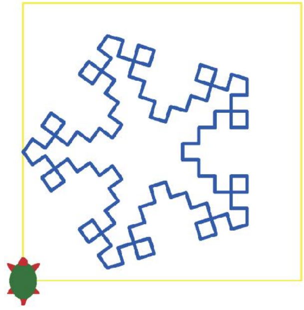
Existem vários programas de computador que permitem a utilização da *geometria da tartaruga*, sendo o desenho normalmente obtido no ecrã. As ordens para a tartaruga podem ser vistas como instruções de uma linguagem de programação (o Logo é a mais usada), a qual poderá ter outras instruções para, por exemplo, efectuar repetições ou testes de condições. Executando-se um programa destes, obter-se-á um desenho.

Uma das formas de descrever certas curvas é usar sistemas de regras de reescrita de sequências de símbolos. Por exemplo, com a regra *F*→*FrFlF* e partindo do símbolo *F*, obtemos, num primeiro passo, *FrFlF* e, num segundo, *FrFlF r FrFlF l FrFlF* (espaços em branco apenas para melhor compreensão). Se interpretarmos os símbolos *F* como uma ordem de avançar e *l* e *r* como ordens de virar à esquerda e à direita, temos uma descrição de uma curva em termos de *geometria da tartaruga*. Estes símbolos poderão ser parametrizados com valores de distâncias e ângulos, e o processo de reescrita pode ser realizado através de chamadas recursivas a rotinas correspondentes a cada regra.

O programa seguinte usa a regra *F*→*FrFlFlFrF* para desenhar sobre cada lado de um pentágono regular uma linha conhecida por linha (poligonal) de Koch com ângulos rectos.

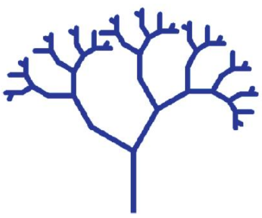
```
rotina linha_de_Koch :d
    se :d < 6
      então
        em frente :d ; retorna
    fim de se
    seja :d3 :d/3
    linha_de_Koch :d3 ; à direita 90
    linha_de_Koch :d3 ; à esquerda 90
    linha_de_Koch :d3 ; à esquerda 90
    linha_de_Koch :d3 ; à direita 90
    linha_de_Koch :d3
    retorna

seja n 5 ; seja d 45 ; seja a 360/n
sem caneta
em frente  45 ; à direita  a/2
caneta
repete  n
  linha_de_Koch  d ; à direita  a
fecha
```

Como critério de paragem da recursão usou-se a condição de ser $d<6$, com d o comprimento passado à rotina recursiva, e sendo apenas desenhado um segmento de recta com esse tamanho. O resultado é o da figura: representa uma aproximação da curva de Koch.

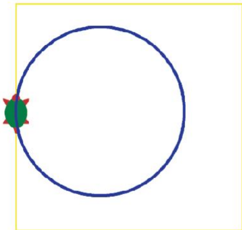


```
rotina A :d
seja :df :d*k
se :d < 6
então
em frente :df
sem caneta ; para trás :df
caneta
retorna
fim de se
seja :dr :d-:df
à direita 30
em frente :df ; A :dr
à esquerda 60 ; B :dr
à direita 60
sem caneta ; para trás :df
caneta
à esquerda 30
retorna

rotina B :d
seja :df :d*k
em frente :df
se :d >= 6
então
A :d-:df
fim de se
sem caneta ; para trás :df
caneta
retorna

seja k 0.28
à direita 90 ; em frente 40
à esquerda 120
caneta
A 50
```

Com um programa que use as regras *A→rfAlBrbl* e *B→fAb*, em que *f* e *b* são interpretados como movimentos para a frente e para trás, respectivamente, obtém-se uma forma arborescente como a da figura.



Analisemos outro exemplo do uso da *tartaruga*. Uma circunferência é o conjunto de pontos que distam igual medida de um ponto fixo, o centro. Esta é uma descrição métrica da curva. Contudo, quando esboçamos circunferências, frequentemente traçamo-las sem marcar previamente o centro, tentando obter uma curva fechada (se seguirmos ao longo da curva sempre no mesmo sentido, partindo de um ponto fixado, voltamos a este ponto), simples (sem auto-intersecções) e a curvar sempre do mesmo modo, o que impõe uma certa forma. Este procedimento corresponde a uma descrição geométrica das circunferências que pode servir de definição se as circunferências forem as únicas curvas que a satisfazem. E, de facto, o traço de uma curva plana duas vezes diferenciável está contido numa circunferência se e só se a curvatura da curva é constante e positiva. Nesse caso, a curvatura é igual ao inverso do raio da circunferência. (Pelo contrário, embora a circunferência tenha largura constante, não é a única curva com essa propriedade, como regista um módulo da exposição *Matemática Viva*.)



Esta definição de circunferência liberta-a de coordenadas e pode ser implementada na *tartaruga* pelo programa indicado em baixo.

```
em frente 45
seja n 200 ; seja d 1 ; seja a 360/n
caneta
repete  n
  em frente d ; à direita a
fecha
```

Além das implementações em computador, e tendo em atenção a pouca idade de muitos dos potenciais interessados, existem modelos mais realistas, com tartarugas a passear e a desenhar sobre folhas de papel. É o caso de um módulo desenvolvido pelo Atractor no âmbito de um projecto financiado pelo Ciência Viva. As limitações mecânicas que necessariamente existem diminuem a precisão possível nos desenhos se estiverem envolvidos valores pequenos ou em que possa haver acumulação de erros, assunto que poderá ser explorado com este módulo. M