

A Matemática do Disfarce

Que este processo de fazer arte cause estranheza, não admira; o que admira é que haja coisa alguma que não cause estranheza. Fernando Pessoa

As anamorfoses são representações distorcidas de imagens num plano ou noutra superfície que, quando observadas de um ponto de vista não convencional, ou reflectidas por um espelho curvo, aparecem com proporções correctas e identificáveis. Embora de efeito mágico, são resultado de fórmulas precisas, obtidas com recurso à perspectiva, de figuração em superfícies planas de objectos tridimensionais. São contudo deformações não lineares e correspondem a uma utilização insólita da geometria projectiva, uma vez que, ao contrário desta – que teve, na sua origem, a intenção de representar mais fielmente a realidade, devolvendo-lhe a forma e a profundidade que o carácter plano de uma pintura lhe retira –, as anamorfoses pretenderam mesmo, em tempos idos, difundir com disfarce mensagens sigilosas ou cenas de carácter suspeito.



Numa representação em perspectiva, as rectas são transformadas em rectas, mas as linhas paralelas podem ser levadas em linhas convergentes num ponto de fuga, o que significa que as distâncias não são preservadas. O objecto é desenhado, tendo sido escolhido previamente um ponto de vista, através de uma «janela» com uma grelha rectangular; e, portanto, é necessário que este ponto de vista seja respeitado pelo observador. Um tipo de anamorfose com muito sucesso no século XV, e primeiro sistematizada por Leonardo da Vinci, é o que apresenta de um ponto de vista convencional uma imagem sem sentido e exige do observador a busca de outro ponto de vista, em geral em posição extrema, a partir do qual o truque se desvenda e a imagem é identificável. Uma tal anamorfose pode ser produzida com uma direcção de visão não perpendicular à janela (que pode até nem ser plana); a um observador que coloque a janela na vertical e olhe a pintura de frente, a imagem aparece grotesca ou mesmo irreconhecível.

Uma versão moderna das técnicas para produzir anamorfoses é o *Quarto de Ames*¹, onde figuras com representação correcta são



[A Matemática do Disfarce]

colocadas num espaço com contornos manipulados (mas que parecem normais ao observador), de modo a que elas apareçam com proporções distorcidas.

As anamorfoses correspondentes às figuras que ilustram este texto têm outra génese. E escolhido um ponto de vista e a figura tridimensional é projectada a partir dele numa superfície curva e espelhada (em geral um cilindro ou um cone), que reflecte esta projecção num plano segundo a regra da igualdade dos ângulos de incidência e de reflexão. Deste modo, a distorção que resulta da primeira projecção, como descrito anteriormente, é acentuada pelo desvio provocado pelo espelho curvo.

Este procedimento pode ser invertido, e é esse o uso mais corrente das anamorfoses em arte: dada uma anamorfose (desenho plano com imagem deformada), podemos procurar a superfície espelhada e o ângulo de visão apropriados para deslindar o mistério e a reconhecer.

A figura ao lado mostra como construir a anamorfose cilíndrica de um objecto. Para vermos em reflexão a figura verde a partir do ponto de vista PV , teremos, para cada ponto Q , de determinar a intersecção IQ da semi-recta PVQ com o cilindro e depois determinar a normal $IQNQ$ ao cilindro no ponto IQ e a semi-recta sQ de origem IQ no plano $PVIQNQ$, tal que $\text{ang}(PV, IQ, NQ) = \text{ang}(NQ, IQ, sQ)$. A intersecção AQ desta semi-recta sQ com o plano horizontal fixado é a anamorfose de Q : é o (único) ponto desse plano horizontal cuja reflexão no cilindro é vista a partir de PV exactamente na direcção de Q . A transformação que leva Q em AQ é invertível. Um processo análogo pode ser utilizado com outras superfícies reflectoras, por exemplo um cone.

O Atractor desenvolveu um módulo interactivo para construir anamorfoses cilíndricas e observar a execução do desenho em tempo real. Um programa especialmente elaborado para o efeito permite que, usando um rato e um editor de imagem incorporado, o utilizador faça um desenho num ecrã vertical. Ao mesmo tempo, esse desenho é *traduzido* pelo programa numa anamorfose que vai sendo desenhada num outro ecrã (horizontal), onde está apoiado um cilindro reflector de eixo vertical. Nesse cilindro reflector é *recuperada* a imagem original, por reflexão da anamorfose em construção. Estava previsto que este módulo acompanhasse a exposição *Experimentar Matemática*, que esteve recentemente no nosso país. Acabou, no entanto, por só ser exibido em conjunto com ela no CMUP (Porto); esteve depois no Fórum Ciência Viva (Lisboa, 2008). Em ambos os casos, despertou grande interesse nos visitantes. [ED](#)